**Многогранники**

# 

# Понятие многогранника

**Многогранник** представляет собой геометрическое тело, ограниченное конечным числом плоских многоугольников, любые два смежные из которых не лежат в одной плоскости.

**Многогранник** – это поверхность, составленная из многоугольников и ограничивающая некоторое геометрическое тело. Это тело также называется ***многогранником***.

# Элементы многогранников на примере прямоугольного параллелепипеда

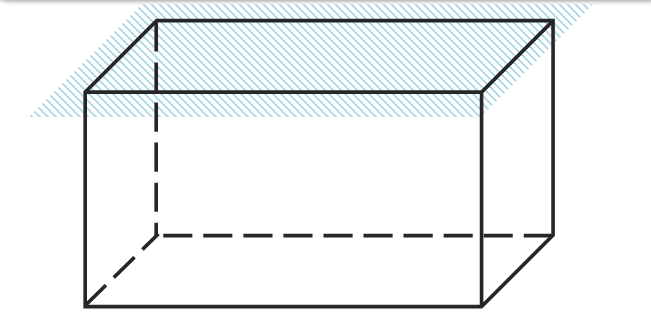
Многоугольники ***ABCD***, ***A1B1C1D1*** – ***грани многогранника***

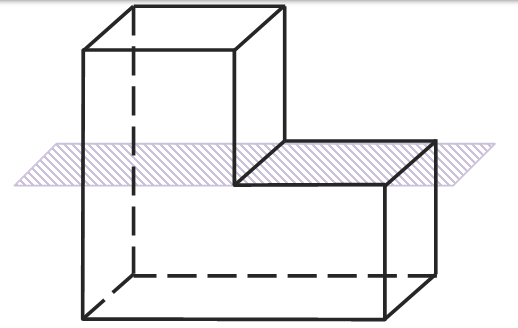
Стороны граней ***AB***, ***BC***, ***CD***, ***AD***, ***A1B1***, ***B1C1***, ***C1D1***, ***A1D1***, ***AA1***, ***BB1***, ***CC1***, ***DD1*** – ***рёбра многогранника***

Концы рёбер ***A***, ***B***, ***C***, ***D***, ***A1***, ***B1***, ***C1***, ***D1*** – ***вершины многогранника***

Отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани, называется ***диагональю многогранника***

# Виды многогранников

***Выпуклым*** называется многогранник, если он лежит по одну сторону от плоскости каждой своей грани

***Невыпуклым*** называется многогранник, если он лежит по разные стороны хотя бы от одной плоскости, проходящей через грань

Все грани выпуклого многогранника являются выпуклыми многоугольниками.

В выпуклом многограннике сумма всех плоских углов при каждой его вершине меньше .

# Правильные многогранники

Выпуклый многогранник называется ***правильным***, если все его грани – равные правильные многоугольники и в каждой его вершине сходится одно и то же число рёбер.

Выпуклый многогранник называется ***правильным***, если все его грани – равные правильные многоугольники и двугранные углы при всех рёбрах равны между собой.

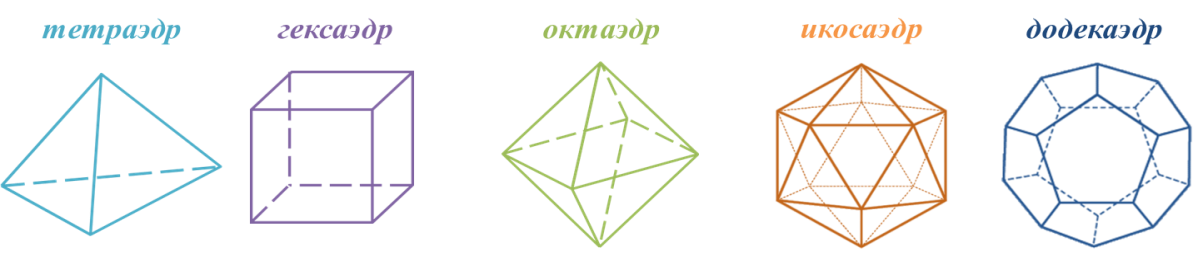
Каждая вершина правильного многогранника может быть вершиной:

– трёх, четырех или пяти равносторонних треугольников;

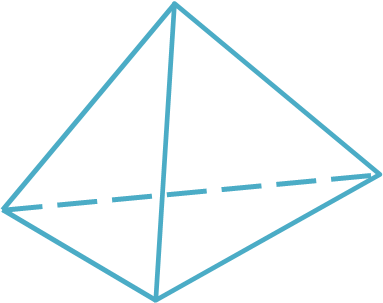
– трёх квадратов;

– трёх правильных пятиугольников.

Существует только 5 видов правильных многогранников:



***Правильный тетраэдр***

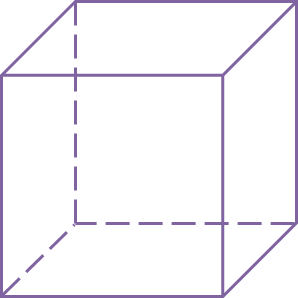


Сумма плоских углов при каждой вершине равна .

Каждая его вершина является вершиной *трёх* треугольников.

Составлен из *четырёх* равносторонних треугольников.

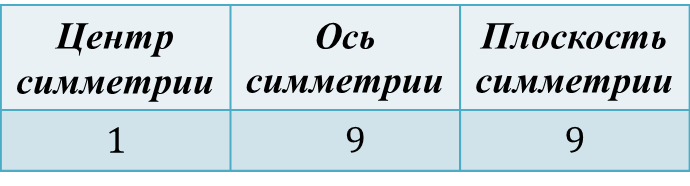
***Правильный гексаэдр***



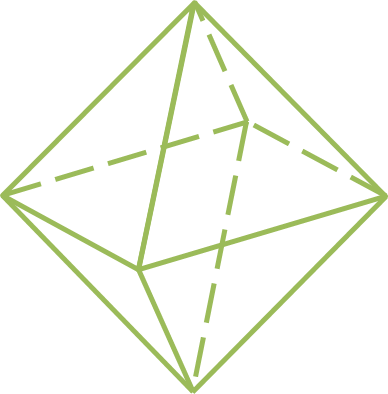
Составлен из *шести* квадратов.

Каждая его вершина является вершиной *трёх* квадратов.

Сумма плоских углов при каждой вершине равна .



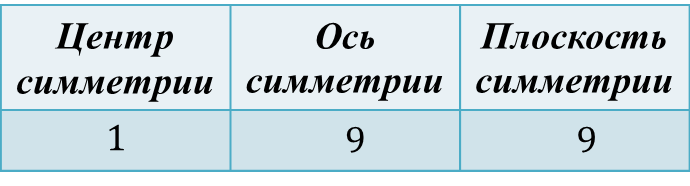
***Правильный октаэдр***



Составлен из *восьми* равносторонних треугольников.

Каждая его вершина является вершиной *четырёх* треугольников.

Сумма плоских углов при каждой вершине равна .

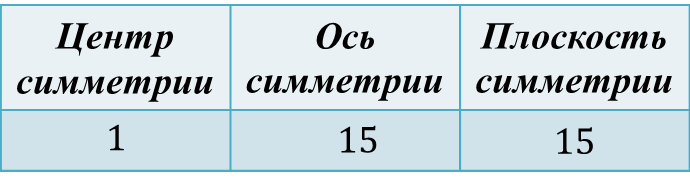


***Правильный додекаэдр***

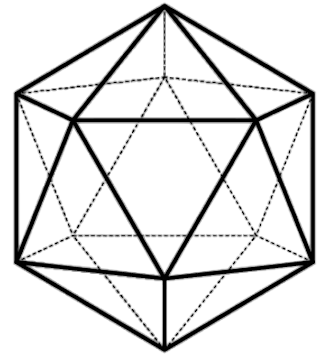
Составлен из *двенадцати* правильных пятиугольников.

Каждая его вершина является вершиной *трёх* правильных пятиугольников.

Сумма плоских углов при каждой вершине равна .



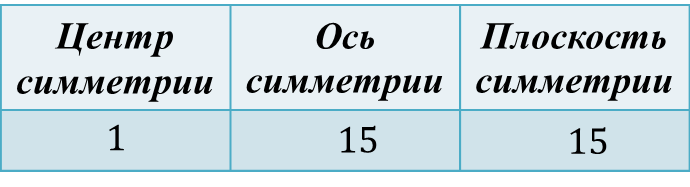
***Правильный икосаэдр***



Составлен из *двадцати* равносторонних треугольников.

Каждая его вершина является вершиной *пяти* треугольников.

Сумма плоских углов при каждой вершине равна .



# Тетраэдр

тетраэдр

грани

рёбра

вершины

4 грани

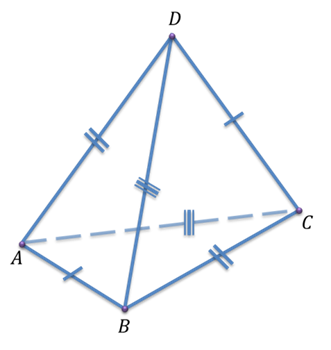
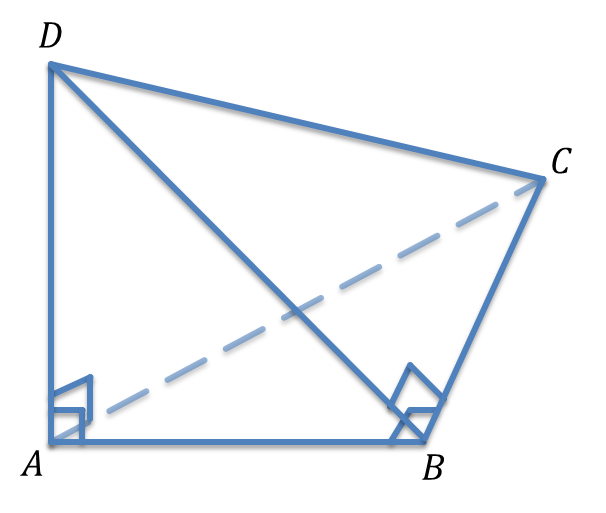
6 рёбер

4 вершины

противоположные рёбра

основание

боковые грани



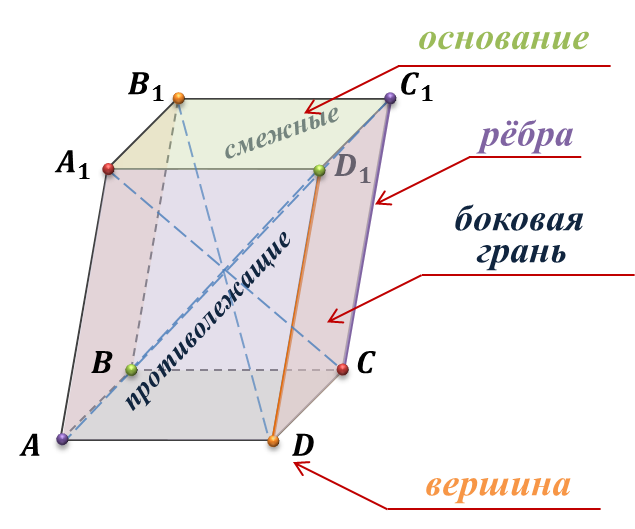
прямоугольный тетраэдр

равногранный тетраэдр

# Параллелепипед

***Параллелепипед*** это четырехугольная призма, основаниями которой являются параллелограммы.

Стороны параллелограммов называются ***рёбрами*** параллелепипеда.



Их вершины – ***вершинами*** параллелепипеда.

– **параллелепипед**.

Две грани параллелепипеда называются ***противолежащими***, если они не имеют общего ребра.

Грани имеющие общее ребро называются ***смежными***.

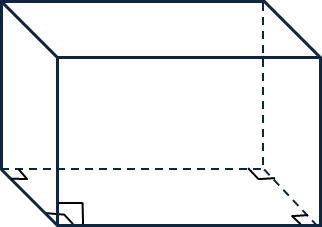
Иногда какие-нибудь две противолежащие грани параллелепипеда выделяются и называются ***основаниями***.

Тогда остальные грани – ***боковыми гранями***.

Две вершины, которые не принадлежат одной грани, называются ***противоположными***.

Отрезок, который соединяет противоположные вершины, называется ***диагональю*** параллелепипеда.

# Прямоугольный параллелепипед



Если основаниями прямого параллелепипеда служат *прямоугольники*, то такой параллелепипед называется ***прямоугольным***.

Если все боковые ребра параллелепипеда *перпендикулярны* к плоскостям его оснований, то есть боковые грани – *прямоугольники*, то такой параллелепипед называется ***прямым***.

***Свойства прямоугольного параллелепипеда***

1. В прямоугольном параллелепипеде все шесть граней – прямоугольники.

2. Все двугранные углы прямоугольного параллелепипеда прямые.

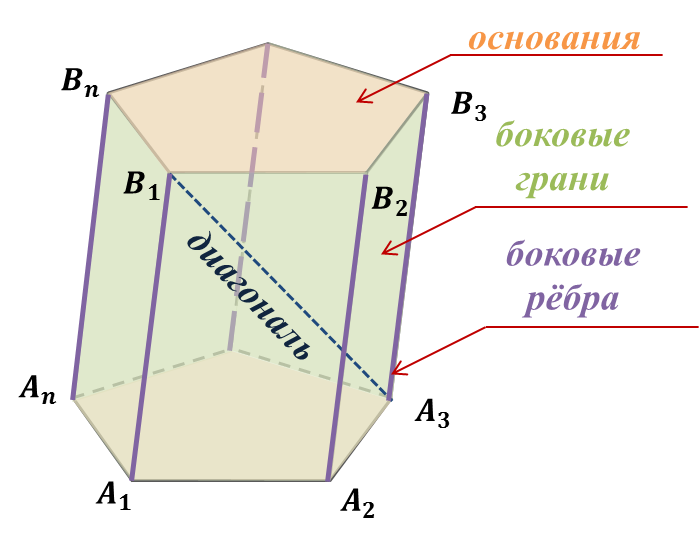
3. Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений.

4. Диагонали прямоугольного параллелепипеда равны.

# Призма

***-угольной призмой***называется многогранник, у которого две грани – равные -угольники, а остальные граней – параллелограммы.

– **-угольная призма**.



Равные -угольники называются ***основаниями*** призмы.

Параллелограммы – ***боковыми гранями*** призмы.

А *стороны боковых граней*, не являющиеся сторонами оснований призмы, называются ***боковыми рёбрами*** призмы.

Отрезок, соединяющий две вершины призмы, не принадлежащие одной грани, называется ***диагональю*** призмы.

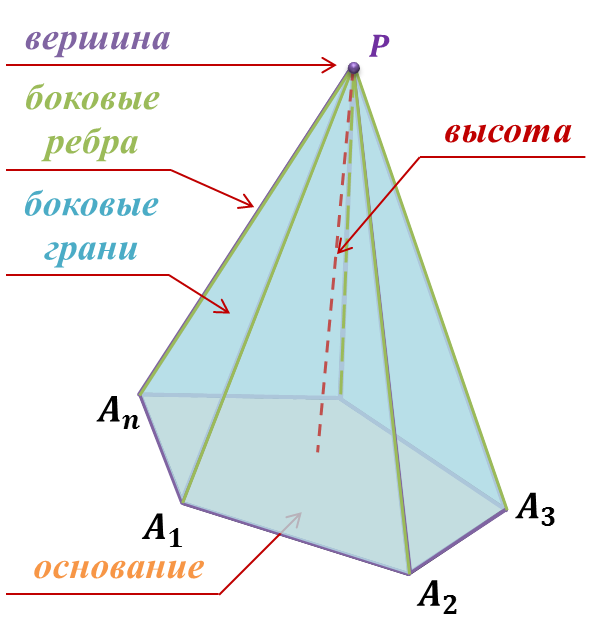
– ***высота*** призмы.

**Высота** призмы – это перпендикуляр, проведенный из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания.

Призма называется ***прямой***, если все боковые ребра призмы **перпендикулярны** к плоскостям ее оснований.

Призма называется ***наклонной***, если боковые ребра призмы **не перпендикулярны** основанию.

# Пирамида

Многогранник, составленный из -угольника и треугольников, называется **пирамидой**.

Многоугольник называется ***основанием*** пирамиды.

Треугольники , , … , называются ***боковыми гранями*** пирамиды.

Точка – ***вершиной*** пирамиды.

Отрезки , , … , – ее ***боковыми ребрами***.

– **-угольная пирамида**.

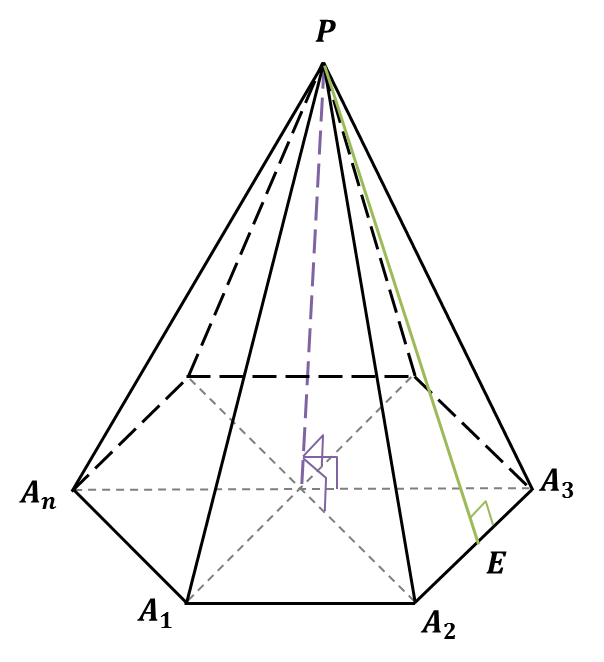
Отрезок, соединяющий вершину пирамиды с плоскостью ее основания и перпендикулярный к этой плоскости, называется ***высотой*** пирамиды.

Объединение боковых граней называется ***боковой поверхностью*** пирамиды.

А объединение всех граней называется ***полной поверхностью*** пирамиды.

# Правильная пирамида

Пирамида называется ***правильной***, если ее основание – правильный многоугольник.



Отрезок, соединяющий вершину пирамиды

с центром основания, является ее ***высотой***.

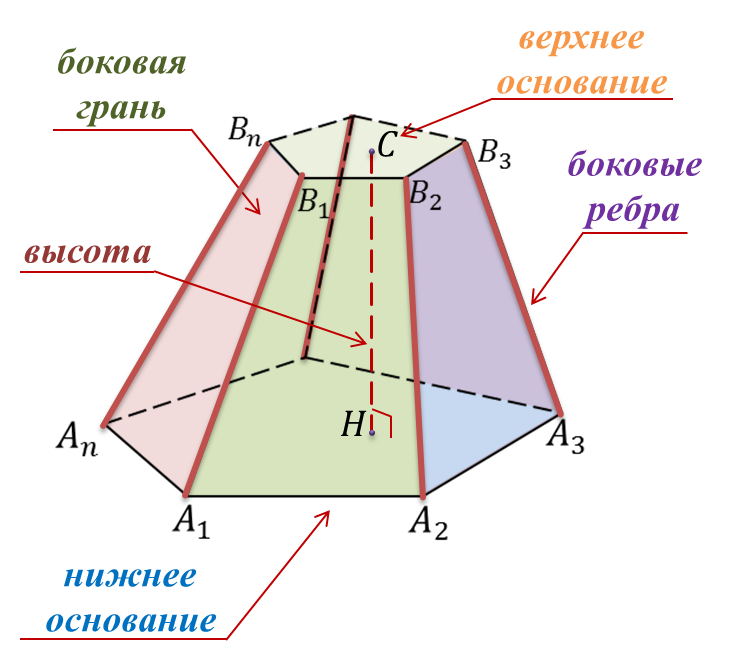
Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется ***апофемой***.

Все боковые ребра правильной пирамиды равны, а боковые грани являются равными равнобедренными треугольниками.

Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна половине произведения периметра основания на апофему.

Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется ***апофемой***.

# Усеченная пирамида

Многогранник, гранями которого являются и , расположенные в параллельных плоскостях и четырехугольников , и так далее называется ***усеченной пирамидой***.

-угольники и называются соответственно ***верхним и нижним основанием***.

Четырехугольники , и так далее называются ***боковыми гранями***.

Отрезки , и так далее называются ***боковыми рёбрами усеченной пирамиды***.

высота

Боковые грани усеченной пирамиды – это трапеции.

Усеченная пирамида называется ***правильной***, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию.

Объединение боковых граней называется ***боковой поверхностью*** усеченной пирамиды.

А объединение всех граней называется ***полной поверхностью*** усеченной пирамиды.

Площадь боковой поверхности правильной усеченной пирамиды равна произведению полусуммы периметров основания на апофему.

*Оглавление*

[Понятие многогранника 2](#_Toc419884818)

[Элементы многогранников на примере прямоугольного параллелепипеда 2](#_Toc419884819)

[Виды многогранников 3](#_Toc419884820)

[Правильные многогранники 4](#_Toc419884821)

[Тетраэдр 10](#_Toc419884822)

[Параллелепипед 11](#_Toc419884823)

[Прямоугольный параллелепипед 12](#_Toc419884824)

[Призма 13](#_Toc419884825)

[Пирамида 14](#_Toc419884826)

[Правильная пирамида 15](#_Toc419884827)

[Усеченная пирамида 16](#_Toc419884828)

Высоты этих трапеций называются ***апофемами***.